

# きょう体のたわみ量について その4 — トラス構造と箱構造の比較

池田 優二

2000年7月5日

## 1 はじめに

前回のレポートでは、一般に軽量化に効果があると考えられるトラス構造によって装置を支えた場合を考察し、その結果我々の装置の場合には軽量化に効果がないことを示した。ここでは、もう少し問題を一般化する。そして、どういった場合にトラス構造が有利になるのかを明確にし、その結果を我々の装置の場合に照らし合わせ、トラスの有益度について再確認することが目的である。

## 2 トラスと箱構造ではどちらが軽量化できるのか？

### 2.1 モデル

今回は、トラス構造と箱構造の特長をできるだけ明確に捉えて比較することが目的である。したがって、モデルに用いる構造はできるだけ単純な方がよい。現在我々の装置用に検討している箱構造は、3つのシェル構造によって成り立っている箱を繋げたものであるが、それを断面の形状が正方形の1つのシェル構造であるとする(図1)。トラス構造については、これ以上モデルを簡素化する必要はない。したがって、前回のレポートで用いた式を使う。ただし、今回用いた式にはトラスの自重によるたわみの効果も含めている。

装置の全長を  $l$ 、箱構造の断面の一边を  $a$  し、箱の厚みが  $a$  に比較して十分小さいという仮定を置くと、箱構造の最大たわみ量  $\delta_b$  は以下の式で表現される。

$$\delta_b \simeq \frac{3 \rho g l^4}{4 E a^2} \quad (1)$$

$\rho$  は部材の密度、 $g$  は重力加速度、 $E$  はヤング率である。

三角トラスの最大たわみ量  $\delta_t$  は、トラスによって支えるべき重量を  $W'$  とすると、

$$\delta_t = \frac{l W' g}{A E} \frac{1}{\cos \frac{\theta}{2} \sin^2 \frac{\theta}{2}} + \frac{\rho g l^2}{E} \tan^2 \frac{\theta}{2} \quad (2)$$

となる。ここで、 $\theta$  は三角トラスの頂角、 $A$  はトラスを作る部材の断面積である。上式の第一項は重量  $W'$  によるたわみを現し、第二項はトラスの自重によるたわみを現す。また、この式は箱構造のたわみ量との比較のため、二つ三角トラスを用いた場合のたわみ量を現していることに注意されたい。

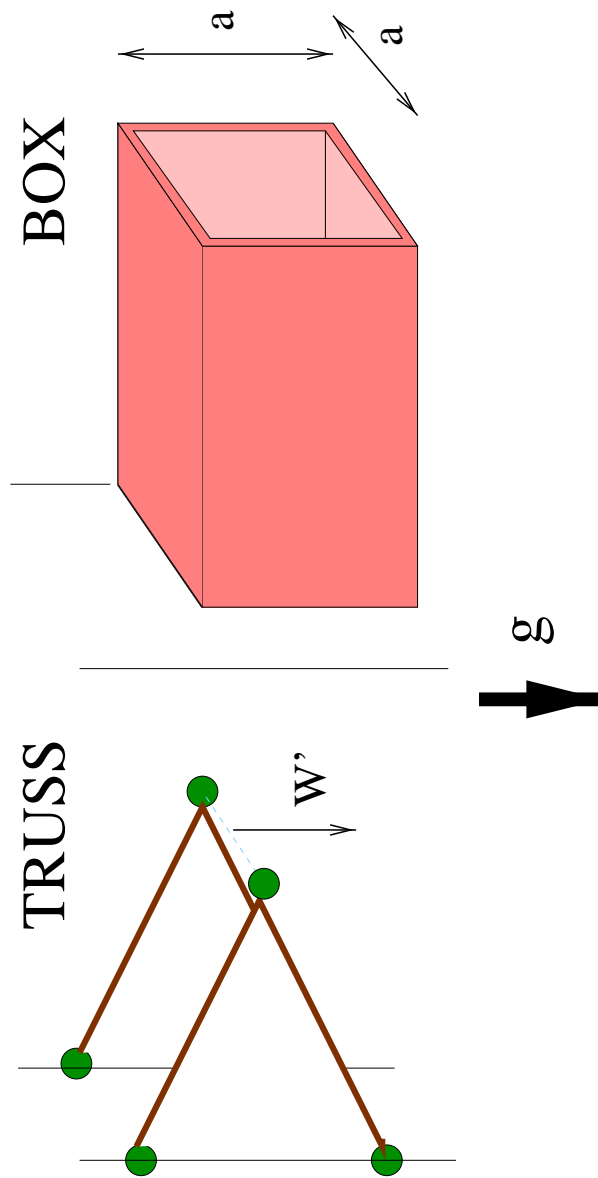


図 1: モデルの模式図。上が箱構造、下がトラス構造である。

## 2.2 トラス構造と箱構造の比較

式(1)、(2)より、

$$\delta_t/\delta_b = \frac{W'a^2}{3\rho Al^2} \frac{1}{\cos \frac{\theta}{2} \sin^2 \frac{\theta}{2}} + \frac{4}{3} \left( \frac{a \tan \frac{\theta}{2}}{l} \right)^2 \quad (3)$$

がえられる。 $\delta_t/\delta_b < 1$  を満たし、かつ全重量が箱構造に比べて軽いとき、トラス構造が有利ということになる。

式(3)において、 $\rho = 2800 \text{ kg/m}^3$ (ジュラルミン)、 $a = 0.4 \text{ m}$ 、 $A = \frac{\pi}{4} D^2$ (円筒ポールの場合、 $D$  は円筒の直径) とし、装置の全長  $l$  と重量  $W'$  がある値をとったときの  $D$  に対する  $\delta_t/\delta_b$  の変化様子を図2に示してある。 $l$  と  $W'$  の値としては、 $l = 1.3, 1.5, 2.0 \text{ m}$ 、 $W' = 80, 100, 120 \text{ kg}$  をそれぞれ与えた場合を示しているの、合計  $3 \times 3 = 9$  個の図が示されてある。一つの図中の曲線の違いは、 $\theta$  の違いによるものである。前回のレポートですでに示した通り、 $\theta$  が大きくなるほど  $\delta_t/\delta_b$  の値が小さい、つまりトラス構造が有利な様子が伺える。

$l$  と  $W'$  を固定すると、 $250(\text{kg、箱構造での装置の重量}) = W' + 8 \times l / \cos \theta / 2 \times \frac{\pi}{4} D^2 \rho$  より、箱構造とトラス構造での装置の重量が一致した場合のトラス部材の直径 (m) が得られる<sup>2</sup>。これを、 $y$  軸に平行な直線として記してある。直線の右側の領域では、より小さい  $D$  の値をとることができて、装置の軽量化に効果的ということになる。

以上より、図中においてトラス構造が有利なのは (1)  $\delta_t/\delta_b < 1$ 、かつ (2) 直線の右側を満たす領域を式(3)を満たす曲線を通る時、ということになる。図2から一般的傾向として、 $l$  が大きくかつ  $W'$  が小さい場合においては、トラス構造が有利な場合が多く、逆に  $l$  が小さく  $W'$  が大きい場合においては箱構造の方が有利な場合が多いということが分かる。また、箱構造による装置全体重量がもっとも重くても構わない場合は、トラス構造での重量=箱構造での重量を示す直線が図の右側へ移動するので、トラス構造が有利な場合が多くなる。

さて、図2を我々の装置の場合に適用してみる。装置全長は  $l < 1.5 \text{ m}$  (実際には  $1.4 \text{ m}$  弱)。トラスを除いた装置重量  $W'$  は、装置外壁の板圧を  $5 \text{ mm}$ 、光学常盤の大きさを  $1.0 \text{ m} \times 1.0 \text{ m}$ 、厚みをたわみが  $10 \mu$  以下になる最薄の厚さという条件のもとに見積もると、 $W' = 115 > 100 \text{ Kg}$  になる。図2から、われわれの装置の条件を満たし、かつトラス構造が有利な場合が存在するのは、 $l = 1.5 \text{ m}$  で、 $W' = 100 \text{ kg}$  の場合である。しかし、その場合でさえもトラスが有利な解は三角トラスの頂角が非常に限られた範囲 ( $\theta = 50 - 60^\circ$ ) のときである。したがって、我々の装置に関してはトラス構造を用いた場合が有利であるとは言えない。

ただ、我々の装置の場合にもトラス構造によってたわみ量を抑えたまま軽量化する方法がある。それは、トラスの部材にCFRPなどの軽量かつ強度の高い物質を用いることである。トラスにCFRPを用いた場合図を、図3として示してある。明らかに図2に比較してトラスが有利な領域が増えている。しかしながら、CFRP部材は一本10万円程度であり、実際に使用するにはかなり高価である。

<sup>1</sup>係数の8はトラス部材が8本であることを示している。これは、装置を支える常盤の4辺にそれぞれ三角トラスを設置した場合に対応し、またこの場合が部材の数が最小になる(したがって、最軽量化できる)と考えられる。前レポートもあわせて参照せよ。

<sup>2</sup> $D$  導出には  $\theta = 0$  としているので、現実には直線はもっと左側(トラス構造を不利にする方向)に位置する。

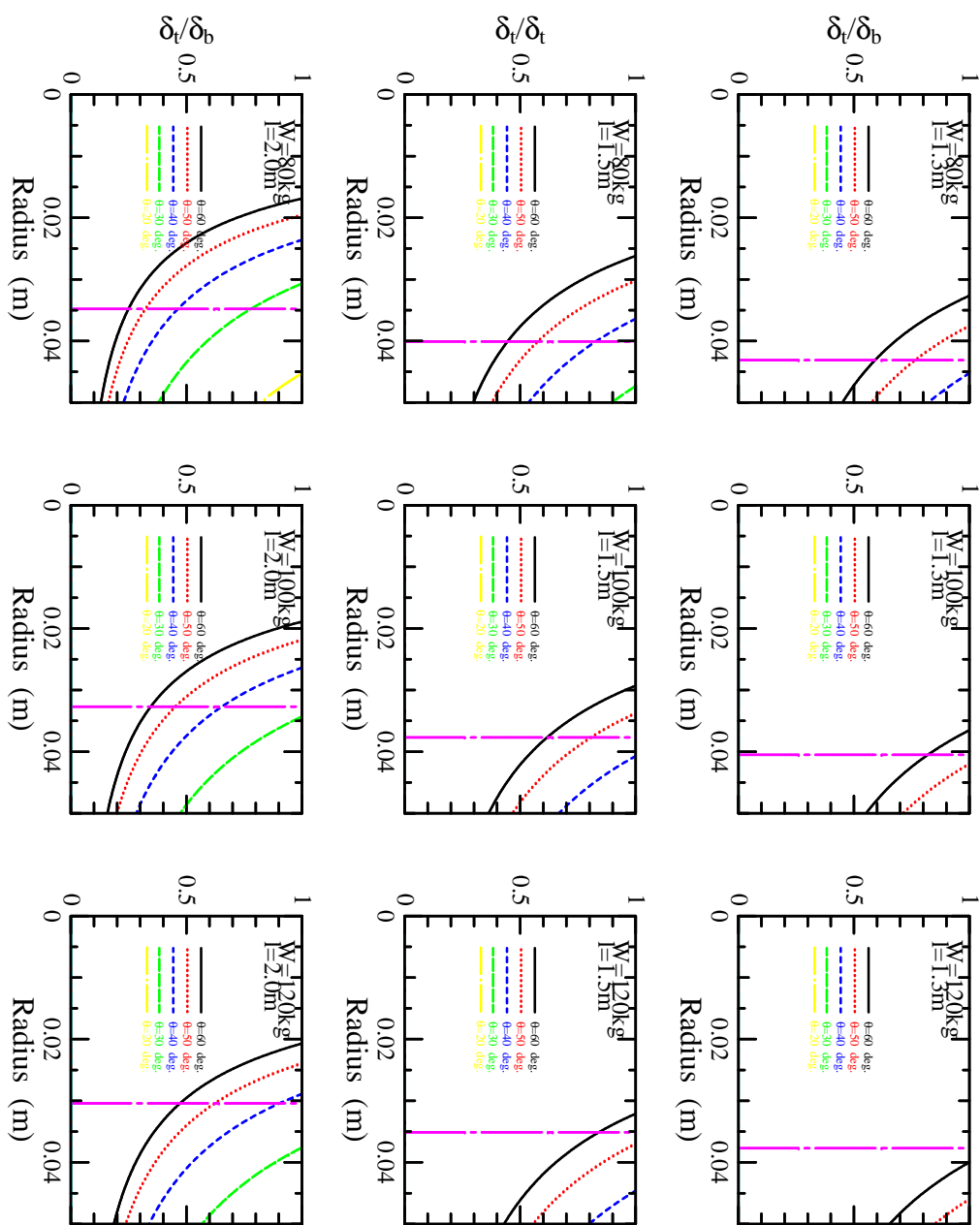


図 2: トラス部材の直径  $D(\text{m})$  の変化にともなう、トラス構造と箱構造のたわみ量の比 ( $\delta_t/\delta_b$ ) の変化。

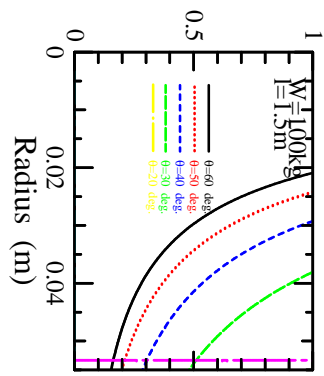


図 3: トラスに CFRP を用いた場合。図の見方は図 2 と同じ。

### 3 結論

今回のレポートでは、一般化したモデルについてトラス構造と箱構造それぞれが有利になる条件を求め、それを我々の装置に当てはめることを行った。その結果、前回のレポートの結果同様、トラス構造によって箱構造に比べて著しく軽量化することは不可能であることが分かった。したがって、きょう体の構造をトラス構造に変更するメリットはなく、これまで考えてきた箱構造で計画を進めて行くことにする。