

# きょう体のたわみ量について その5 — 箱構造を支える はりの効果について

池田 優二

2000年7月7日

## 1 はじめに

前回(7/5)のレポートでは、トラス構造の有用性について論じ、我々の装置の場合は、むしろ箱構造の方が有利な場合が多い事を示した。その結果、きょう体の構造として箱構造を採用することにした。ここでは、さらに「はり」を渡す事によってきょう体のたわみ(特に偏光子系のたわみ)を減少させることを考える。解析的な計算の結果(レポート1)もFEMによる解析の結果(レポート2)も、はりなしでも十分にたわみ量は小さいことを述べているが、ここでのはりは万が一の場合に備えての保険と考える。

## 2 はりの効果

### 2.1 ケース1 — 較正系と分光器系を結ぶはり

ケース1として、較正系と分光器の間にはり(ラーメン)を入れ偏光子系のたわみを軽減することを考える(図1)。はりは、これまで偏光子系のきょう体が支えていた分光器系の重量の一部(=  $\gamma$ )を受け持つことになり、はりの曲げ応力によって分光器を支える。したがって、自重も含めたはりの最大たわみ量(=  $\delta$ )は、以下の式で表現される。

$$\delta = \frac{1}{EI_p} \left( \frac{A\rho l^4 g}{8} + \gamma \frac{Wgl^3}{3} \right) \quad (1)$$

ここで、 $l$ 、 $A$ 、 $I_p$  はそれぞれ、はりの長さ、断面積、断面二次モーメントである。 $W$  は検出器を含めた分光器の重量である。一方、はり無し(偏光子系のみで支えていた)場合最大たわみ量(=  $\delta_0$ )は、

$$\delta_0 = \frac{1}{EI_0} \left( \frac{A_0\rho l^4 g}{8} + \frac{Wgl^3}{3} \right) \quad (2)$$

であるので、式(1)/式(2)より

$$\delta/\delta_0 = \frac{I_0}{I} \frac{A + \gamma 8W/3l\rho}{A_0 + 8W/3l\rho} \quad (3)$$

が得られる。 $\delta/\delta_0$  が1より十分小さいとき、はりが効果的にたわみを抑えているということになる。

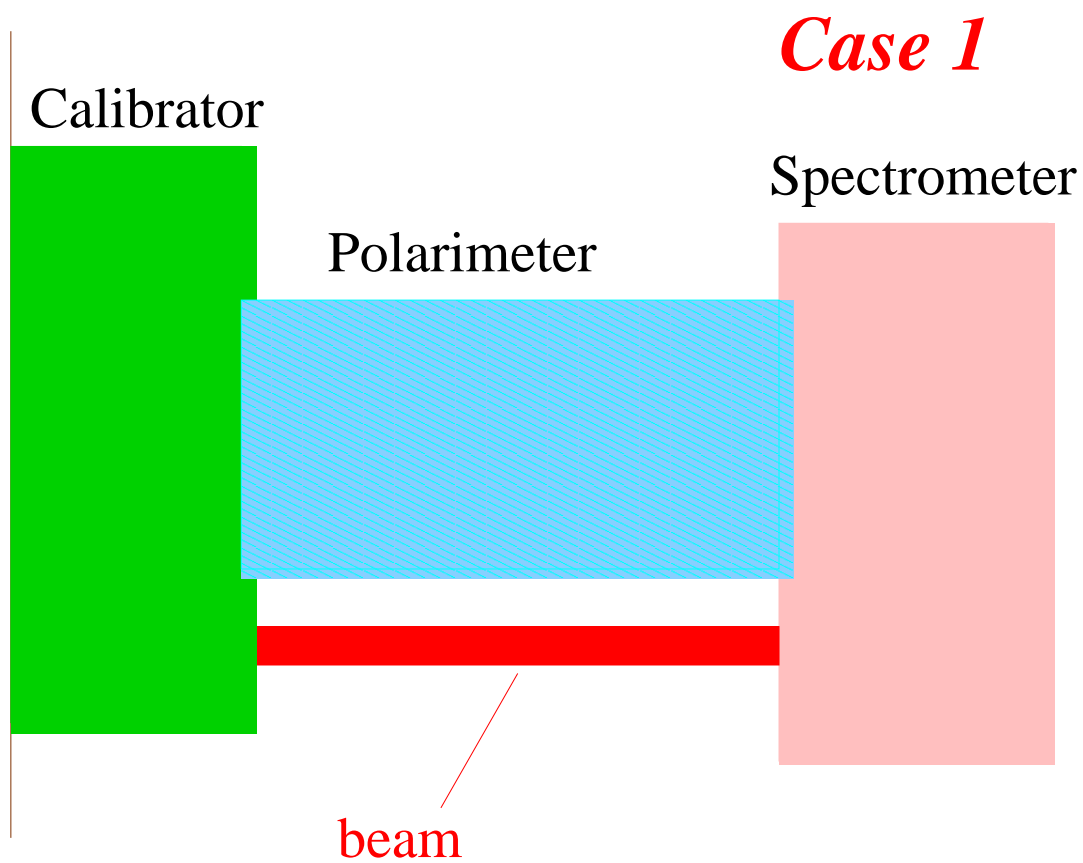


図 1: ケース 1 のはりの位置。赤で示しているのが適用したはりである。このはりは紙面に対して垂直な方向の力に対して有効である。

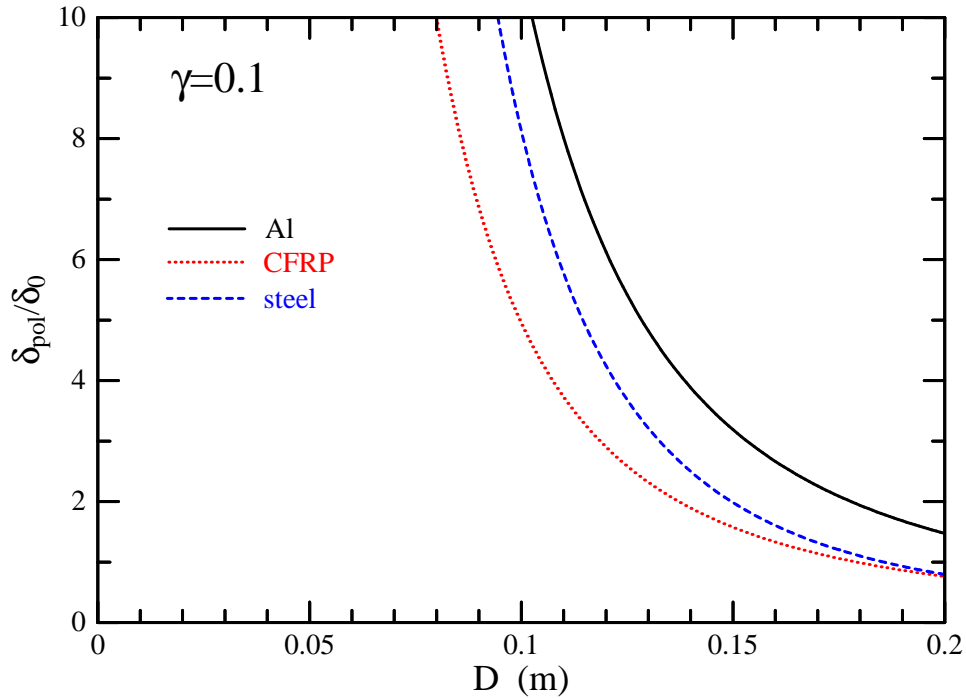


図 2: ケース 1 のはりのたわみ量。

今、 $\gamma = 0.1$  ( $W$  の 10% の重量をはりが受け持つ) とし、はりに直径が  $D$ (m) の円柱を用いた場合の  $D$  に対する、 $\delta/\delta_0$  の変化の様子を図 2 に示してある。はりの材料として、ジェラルミン (Al)、ステンレス、CFRP を用いた場合を示しているが、現実的なはりの直径 ( $< 0.1$  m) では  $\delta/\delta_0 < 0.1$  とならない (はりの効果がない) ことが分かる。はりの効果を有効にするには、 $\gamma$  の値を小さくしなければならないが、そうすると偏光子系にかかる重量が軽減されず、結局たわみ量のはりがない場合とほとんど改善されないことになってしまう。

したがって、ケース 1 ではたわみ量を小さくする効果はほとんど無いと言える。

## 2.2 ケース 2 — 偏光子系から較正系へ斜めに張ったはり

ケース 2 としては、偏光子系から較正系へ向けて斜めはりを張った場合について考える (図 3)。この場合はり (と偏光子系) に働く力は、検出器を含めた分光器系の重量と偏光子系の重量の一部 (はりよりも先の部分) によるものである。はりには圧縮応力と曲げ応力の

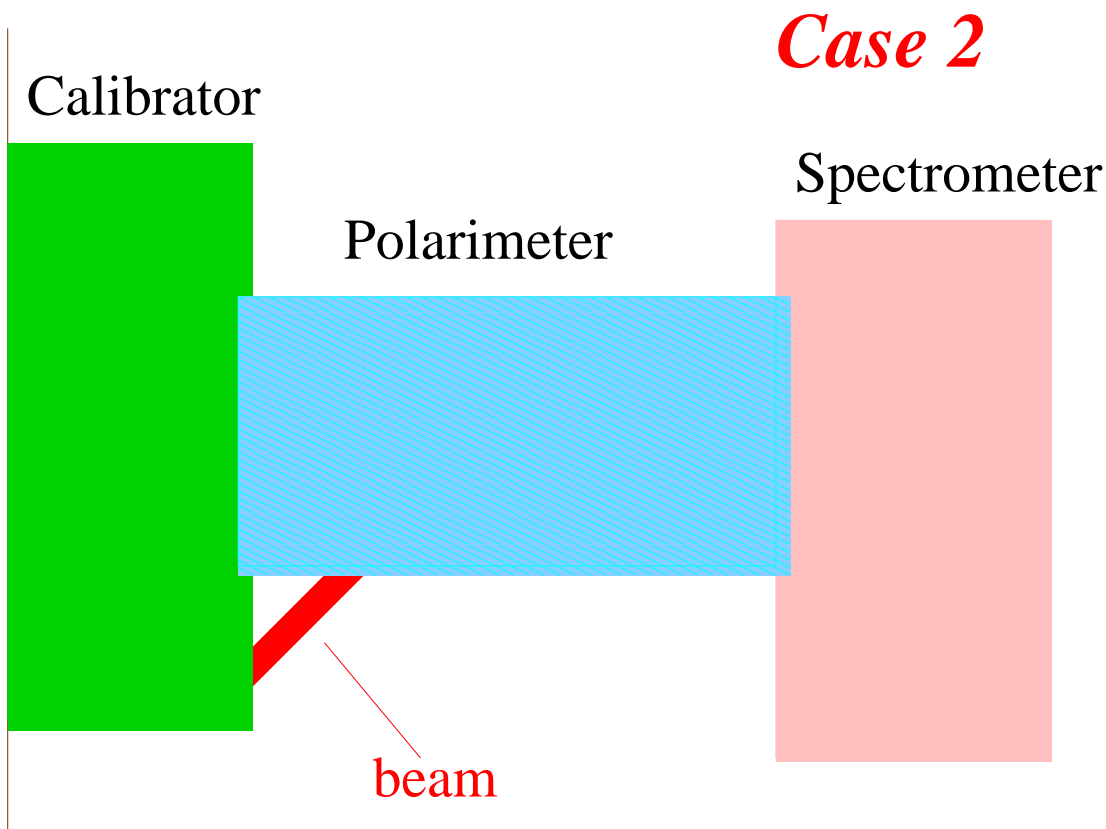


図 3: ケース 2 のはりの位置。赤で示しているのが適用したはりである。このはりは紙面に平行な方向の力に対して有効である。

両方が働き、それらの組合せ応力によって最大たわみ量 (=  $\delta$ ) が決まる。

$$\delta = \frac{wgl^4}{8EI} \frac{1}{Al^2 \cos \theta / 3I} \quad (4)$$

ここで  $f$  と  $I$  はそれぞれ偏光子系の単位長さあたりの重量と断面二次モーメントである。また、 $l/\cos \theta$  ははりの長さ、 $A$  ははりの断面積である。はりがない場合の最大たわみ量  $\delta_0 = \frac{wgl^4}{8EI}$  で、式 (1) を割ると、

$$\delta/\delta_0 = \frac{1}{1 + Al^2 \cos \theta / 3I} \quad (5)$$

が得られる。図 4 には、 $\theta = 45^\circ$  とした場合のはりの直径 ( $A = \frac{\pi}{4} D^2$ ) に対する依存性  $\delta/\delta_0$  の依存性を示している。はりの長さによって多少異なるものの、 $D = 30$  mm 程度のはりを用いれば劇的にたわみ量を抑えられることがわかる。

しかしながらここで用いた式は、はりの較正系側の端点では変移拘束されているという仮定のもとに導出された式である。現実には、はりをの偏光子側の端点に生じる力 (=  $F$ ) に反発する応力を必要とするために、較正系の偏光子系に接している面がたわみの方向に伸びており、それがそのままたわみとなって現れる。較正系の面の断面積を  $A'$  とすると、

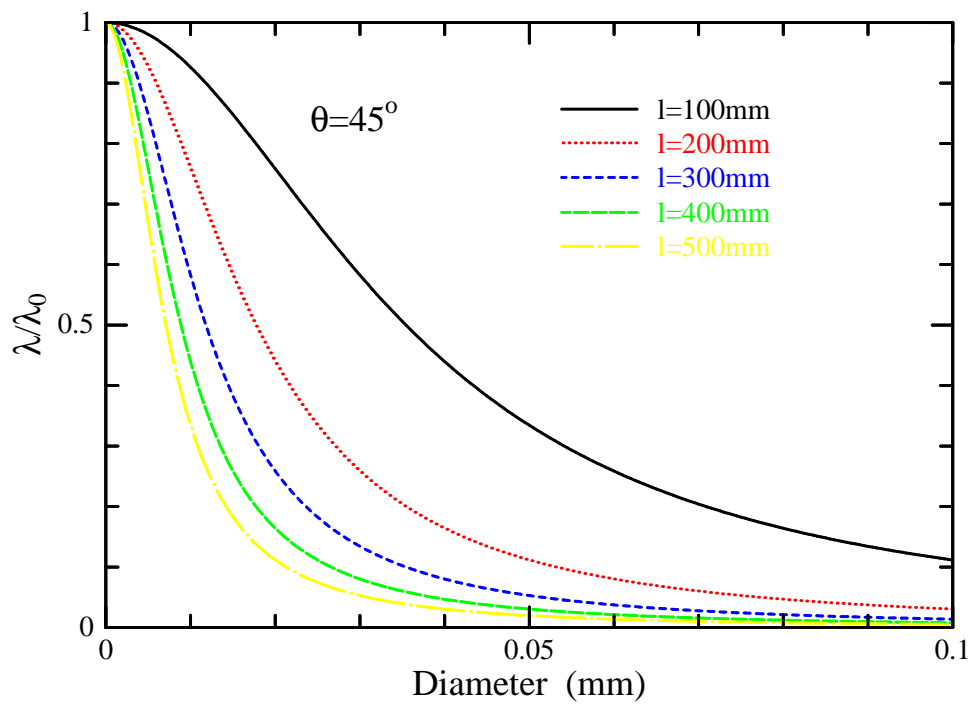


図 4: ケース 2 のはりのたわみ量。

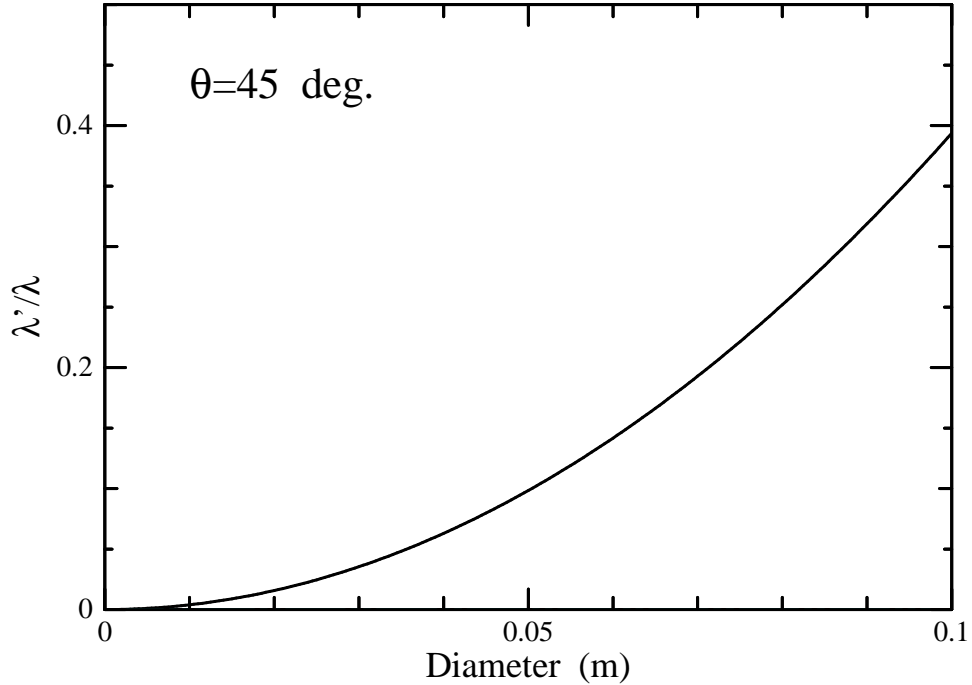


図 5: はりのたわみ量に対する、較正系の歪み量の割合。

較正系の面の伸びは以下の式で与えられる。

$$\lambda' = \frac{Fl \tan \theta}{A'E} \quad (6)$$

$F$  は、式 (3) によるたわみ量  $\lambda$  によって、

$$F = \frac{\lambda AE \cos \theta}{l} \quad (7)$$

与えられ、これを式 (6) に代入すると、

$$\lambda'/\lambda = A/A' \sin \theta \quad (8)$$

が得られる。これは、図 4 で得られているたわみ量  $\lambda$  に対する、較正系の伸びによるたわみ量  $\lambda'$  の割合である。図 5 には、張りの直径 (断面積) に対する  $\lambda'/\lambda$  の値を示しているが、現実的に利用できる張りの直径の範囲 ( $D < 0.1$  m) 内では、較正系の伸びによるたわみの効果は小さく、したがって図 4 で得られた結果で十分であることが分かる。

### 3 結論

箱構造を支える張りとして、二種類 (較正系—分光器系、較正系—偏光子系) についてその効果を考察した。そのうち、較正系から偏光子系にかけて斜めにはりを渡した場合は、有意にたわみ量を小さくする効果があることが判明した。この結果をもとに張りの採用を検討したい。